

# 非线性耦合力作用下液压马达低速波动机理分析\*

林荣川<sup>1</sup> 郭隐彪<sup>2</sup> 魏莎莎<sup>1</sup> 林辉<sup>3</sup>

(1. 集美大学机械工程学院, 厦门 361012; 2. 厦门大学物理与机电工程学院, 厦门 361002;

3. 福建厦门工程机械股份有限公司, 厦门 361012)

**【摘要】** 通过动力学模型和试验, 分析了液压马达低速波动的机理和产生条件, 认为非线性液压弹簧力和非线性摩擦力的耦合作用是液压马达低速波动主要原因; 通过试验研究了非线性摩擦扭矩、泄漏系数、粘性阻尼系数、油液压缩系数等因素对液压马达低速波动的影响, 揭示出液压马达低速波动是在负特性摩擦阻力工况下的自激振动现象, 并提出了改善液压马达低速稳定性的措施。

**关键词:** 液压马达 自激振动 低速波动 机理分析

**中图分类号:** TH137.51 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1298(2011)06-0213-06

## Mechanism of Low Speed Fluctuation for Hydraulic Motor Based on Nonlinear Coupled Force

Lin Rongchuan<sup>1</sup> Guo Yinbiao<sup>2</sup> Wei Shasha<sup>1</sup> Lin Hui<sup>3</sup>

(1. College of Mechanical Engineering, Jimei University, Xiamen 361012, China 2. School of Physics and Mechanical & Electrical Engineering, Xiamen University, Xiamen 361002, China 3. Ximen Construction Machinery Co., Ltd., Xiamen 361012, China)

### Abstract

The mechanism and the producing condition of instability in low velocity of hydraulic motors were analyzed based on dynamic model and test. Nonlinear coupled force combined with hydraulic spring and self-excited vibration was thought to be the key factor that could affect instability in low angular velocity. The results indicated that the low speed creeping characteristics of hydraulic motor could be affected by friction torque, leakage and compressibility of oil and liquid. The test showed that the fluctuation was the negative characteristics of friction in the self-excited vibration conditions. Some measures were proposed to improve the low speed stability of hydraulic motors.

**Key words** Hydraulic motor, Self-excited vibration, Low speed fluctuation, Mechanism analysis

### 引言

静液压驱动装置具有无级变速、易于布局、比功率大、调速范围宽等优点, 特别适用于结构形态多样化、行驶速度不高的农业机械、路面机械、工程施工机械<sup>[1~2]</sup>。液压马达是关键驱动元件, 在低速运转时, 可能产生时断时续、时快时慢的角速度不均匀的现象, 这种现象称为低速波动。执行机构的低速波动会破坏系统工作的稳定性和可靠性。国内外学者对液压系统动态特性的研究有很多成果。蒋文斌<sup>[3]</sup>

采用电液相似原理建立了液压马达系统的数学模型, 应用 Matlab 动态仿真工具 Simulink 软件包对液压马达的动态特性进行了研究; 石红雁等<sup>[4]</sup>利用 Simulink 对液压系统进行了动态仿真, 建立了摩擦转矩非线性的数学模型和仿真模型; 金哲<sup>[5]</sup>分别建立了横、垂向液压缸的低速爬行动力学模型, 研究了不同要素对横、垂向液压缸低速特性的影响规律; 黄民双等<sup>[6]</sup>进行了机床液压系统爬行振动分析及试验研究, 提出爬行运动实质是一种不连续非线性摩擦振动。但都没有考虑弹簧刚度的非线性影响及其

收稿日期: 2010-10-14 修回日期: 2011-01-17

\* 国家高技术研究发展计划(863计划)资助项目(2008AA042501)、福建省自然科学基金资助项目(2009J01259)和福建省教育厅资助项目(JB08182)

作者简介: 林荣川, 副教授, 主要从事机电液一体化及控制研究, E-mail: rongchuanchina@sina.com

与非线性摩擦力的耦合作用。本文重点分析液压弹簧刚度和摩擦力的非线性因素的耦合作用对动态特性的影响,揭示液压马达运动的非线性动态特征,以便采取相应的措施有效提高液压马达低速转动性能。

1 液压马达低速波动的物理模型

1.1 影响低速波动的“负特性”摩擦阻力物理模型

低速不稳定的产生原因与低速摩擦阻力特性有关。通常阻力是随速度增大而增加的,而在静止和低速区域工作的液压马达内部的摩擦阻力,当工作速度增大时非但不增加,反而减少,形成了所谓“负特性”阻力,另一方面,液压马达和负载是当液压油被压缩后压力升高而被推动的,因此可用图 1 所示的物理模型表示低速区域液压马达的工作过程。

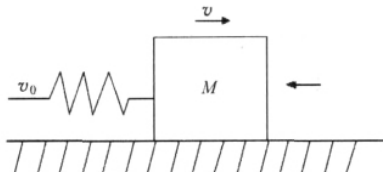


图 1 “负特性”摩擦阻力物理模型  
Fig. 1 Physical model of the negative characteristics of friction

以匀速度  $v_0$  驱动弹簧的一端,使质量为  $M$  的物体(相当于液压马达和负载质量、转动惯量)克服“负特性”摩擦阻力而运动。当物体静止或速度很低时阻力大,弹簧不断压缩,增加推力。只有等到弹簧压缩到其推力大于静摩擦力时才开始运动。但是一旦物体开始运动,阻力突然减小,物体突然加速运动,其结果又使弹簧的压缩量减小,推力减小,物体依靠惯性前移一段路程后停止下来,直到弹簧的移动又使弹簧压缩,推力增加,物体再一次跃动为止,形成如图 1 所示的时动时停的状态。对液压马达来说,这就是低速波动现象。

1.2 影响低速波动的“液压弹簧”物理模型

图 2 为双作用叶片式液压马达工作示意图。

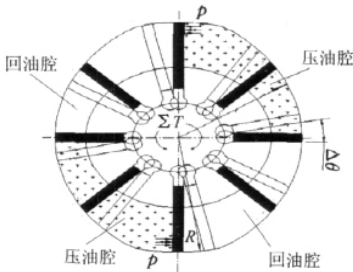


图 2 双作用叶片式液压马达工作示意图  
Fig. 2 Schematic diagram of hydraulic motor

当液压马达进油腔通入压力油时,转子不会立即运动,必须克服各运动副的静摩擦力后才能带动

负载运动。在此阶段,进油腔的工作油液特别是混入其中的空气不断被挤压和压缩,进油腔压力逐渐升高并积蓄能量,直至其压力能克服静摩擦阻力,转子才会运动。一旦有了运动,静摩擦突然变为动摩擦。在静、动摩擦力之差作用下,转子突然被加速,摩擦力突降引起进油腔油压降低,原来混入进油腔油液空气膨胀释放能量,促进转子快速转动,一方面使进油腔油液及混入其中的空气突然被压缩,另一方面又使回油腔压力增加,使负载启动后又很快制动,液压马达工作腔压力再次上升到足以克服静摩擦力时,转子再重新启动,重复地发生突转和停止,产生低速不稳定现象。其实质上是当一物体在滑动面上作低速滑动时,产生的停止与滑动相互交替的不连续振动现象。另外,液压马达排量及泄漏量也在随转子转动的相位角变化作周期性波动,这也会造成液压马达转速的波动。液压马达的泄漏量随转子转动的相位角度变化作周期性波动。由于低速时进入液压马达的流量小,泄漏所占的比重就增大,泄漏量的不稳定就会明显地影响到参与液压马达工作的流量数值,从而造成转速的波动。当液压马达在低速运转时,被转动惯性所掩盖的转速波动清晰地表现出来,形成低速不稳定现象。

以双作用叶片式液压马达为例,说明液压弹簧扭转刚度的概念,其他类型液压马达可以参照推导分析。假设叶片数为  $Z$ ,理论排量  $D_m$ ,忽略叶片厚度,则相邻两叶片间的平均包容容积为  $\frac{D_m}{Z}$ ,进油腔回油腔的容积分别为  $V_1$ 、 $V_2$ ,当液压马达克服静摩擦力推动负载瞬间转动,液压马达来不及进油和回油,工作腔内充满液体并完全封闭,叶片产生扭矩  $\Sigma T$ ,由于液体具有压缩性,叶片会沿着  $\theta$  的方向产生  $\Delta\theta$  的微小压缩角位移量,并引起压力的变化,进油腔压力变为  $p_1 - \Delta p_1$ ,回油腔压力变为  $p_2 + \Delta p_2$ ,进油腔与回油腔的容积变化量分别为  $\Delta V_1$ 、 $\Delta V_2$ ,此时的力矩平衡方程为

$$\Sigma T = \frac{D_m}{2\pi} [p_2 + \Delta p_2 - (p_1 - \Delta p_1)] \tag{1}$$

$$\Delta p_1 = \frac{\beta_e \Delta V_1}{V_1} \tag{2}$$

$$\Delta p_2 = \frac{\beta_e \Delta V_2}{V_2} \tag{3}$$

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \frac{D_m \Delta\theta}{2\pi} \tag{4}$$

式中  $\beta_e$ ——等效液体体积弹性模数  
则液压马达液压弹簧扭转刚度为

$$G_1 = \frac{\sum T}{\Delta \theta} = \frac{D_m}{2\pi \Delta \theta} (\Delta p_2 + \Delta p_1) =$$
$$\frac{\beta_e D_m^2}{4\pi^2} \left( \frac{1}{V_1^2} + \frac{1}{V_2^2} \right) \quad (5)$$

进而有

$$\frac{dG_1}{dV_1} = \frac{\beta_e D_m^3}{2Z\pi^2} \frac{2V_1 - \frac{2D_m}{Z}}{\left( \frac{2D_m}{Z} V_1 - V_1^2 \right)^2} \quad (6)$$

在叶片处于进出油口之间的对称位置时  $V_1 = V_2 = \frac{V_t}{Z}$  , $V_t$  为阀腔、液压马达腔和连接管道的总容积。由  $\frac{dG_1}{dV_1} = 0$  得

$$G_1 = \frac{4\beta_e D_m^2}{\pi V_1} \quad (7)$$

式中  $G_1$ ——液压弹簧等效扭转刚度  
式(7)表明,液压弹簧刚度是叶片位置非线性函数,最低刚度出现在转子叶片处于进、出油口之间的对称位置,此时固有频率最低。当偏离中间对称位置时,刚度增大。

2 液压马达动力学模型

为方便分析问题,建立如图 3 所示液压传动系统的动力学模型。

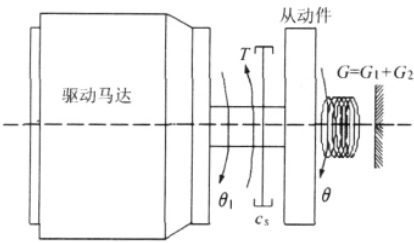


图 3 液压传动系统动力学模型  
Fig. 3 Mechanical model of hydraulic motor

由于从动件滑动摩擦状态的转换,摩擦因数  $f$  随之变化,根据斯曲贝克(Stribeck)曲线<sup>[7~9]</sup>,如图 4 所示,横坐标  $\frac{v\eta}{N}$  为一无量纲参数,称为滑动特性系数。其中  $\eta$  为液压油的动力粘度  $v$  为线速度  $N$  为压力。

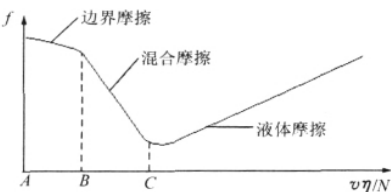


图 4 斯曲贝克曲线  
Fig. 4 Stribeck curve

从图 4 中可见,进入混合摩擦后  $v\eta/N$  的改变

将引起  $f$  的急剧变化,并大体呈线性关系。假设  $BC$  段的斜率为  $\lambda$ ,则

$$f = f_s - \lambda \frac{v\eta}{N} \quad (8)$$

$f_s$  为静摩擦因数,令  $\Delta f = \lambda \eta$ ,  $\Delta f$  为摩擦力降低因子,大小与运动副之间的润滑与材料有关。

根据牛顿第二定律<sup>[8]</sup>,系统的运动微分方程为

$$J \ddot{\theta} + c_s \dot{\theta} + G\theta = G(\omega t + \theta_1) - T = G\omega t + \Delta T \quad (9)$$

其中  $G = G_1 + G_2$   
 $\Delta T = G\theta_1 - T = N\Delta f c_s$

式中  $T$ ——动摩擦力矩  
 $\Delta T$ ——摩擦力矩下降值  
 $G$ ——液压马达和负载的等效扭转刚度,大小与液压油温度、粘度、泄漏量、连接刚度有关,可以通过实验求出  
 $G_2$ ——负载质量弹簧等效扭转刚度  
 $J$ ——液压马达与负载的等效惯量  
 $\omega$ ——系统初始角速度  
 $\theta_1$ ——初始角位移  
 $\ddot{\theta}$ ——角加速度  $\dot{\theta}$ ——角速度  
 $\theta$ ——角位移  $c_s$ ——粘性阻尼系数

式(9)为线性非齐次微分方程,对应的齐次方程的通解为

$$\theta_1 = l^{\xi \omega_n t} [A_1 \cos(\omega_n t) + A_2 \cos(\omega_n t)] \quad (10)$$

其中  $\xi = \frac{c_s}{2\sqrt{GJ}}$

式中  $A_1, A_2$ ——待定系数  $\xi$ ——阻尼比  
 $\omega_n$ ——系统固有频率

因为  $\xi$  足够小,所以  $\xi^2 = 0$ 。

初始条件有:  $t = 0$   $\theta = 0$   $\dot{\theta} = 0$   $\ddot{\theta} = 0$   $\xi^2 = 0$  则

$$\begin{cases} A_1 = \frac{\omega}{\omega_n} \left( 2\xi - \frac{\Delta T}{\omega \sqrt{GJ}} \right) \\ A_2 = -\frac{\omega}{\omega_n} \left( 1 + \xi \frac{\Delta T}{\omega \sqrt{GJ}} \right) \end{cases}$$

相应的特解:  $\theta_2 = S_1 t + S_2$ , 其中  $S_1, S_2$  为待定系数。

由式(9)可得  $S_1 = \omega$ ,  $S_2 = \frac{\omega}{G} c_s + \frac{\Delta T}{G}$ , 则  $\theta_2 =$

$$\omega t + \frac{\omega}{G} c_s + \frac{\Delta T}{G}。$$

全解为

$$\theta = \theta_1 + \theta_2 = l^{\xi \omega_n t} [A_1 \cos(\omega_n t) + A_2 \cos(\omega_n t)] +$$
$$\omega t + \frac{\omega}{G} c_s + \frac{\Delta T}{G} = l^{\xi \omega_n t} \left[ \frac{\omega}{\omega_n} \left( 2\xi - \frac{\Delta T}{\omega \sqrt{GJ}} \right) \cos(\omega_n t) - \right.$$
$$\left. \frac{\omega}{\omega_n} \left( 1 + \xi \frac{\Delta T}{\omega \sqrt{GJ}} \right) \sin(\omega_n t) \right] + \omega t + \frac{\omega}{G} c_s + \frac{\Delta T}{G} \quad (11)$$

$$\dot{\theta} = \omega \left\{ 1 - l^{-\xi \omega_n t} \left[ \cos(\omega_n t) + \left( \xi - \frac{\Delta T}{\omega \sqrt{GJ}} \right) \sin(\omega_n t) \right] \right\} \tag{12}$$

$$\ddot{\theta} = \omega \omega_n l^{-\omega_n t} \left[ \frac{\Delta T}{\omega \sqrt{GJ}} \cos(\omega_n t) + \left( 1 - \xi \frac{\Delta T}{\omega \sqrt{GJ}} \right) \sin(\omega_n t) \right] \tag{13}$$

从式(12)可以看出， $\dot{\theta}$ 包括恒量和振动分量，如果出现分量的最大值大于等于速度恒量，就出现角速度等于零的现象，即发生停顿。如要求不发生停顿，必须满足 $\frac{d\theta}{dt} > 0$ ，即

$$1 - l^{-\xi \omega_n t} \left[ \cos(\omega_n t) + \left( \xi - \frac{\Delta T}{\omega \sqrt{GJ}} \right) \sin(\omega_n t) \right] > 0 \tag{14}$$

当系统的  $G$  一定时， $\omega_n$  为一定值，通常  $\xi$  很小且较为稳定，影响低速稳定的因素为  $\frac{\Delta T}{\omega_0 \sqrt{GJ}}$ ，表示运动均匀系数，无量纲，则式(14)两端相等的临界值为  $\frac{\Delta T}{\omega_0 \sqrt{GJ}} = 2 \sqrt{\pi \xi}$ 。

实际在工程应用中，当衡量速度波动的程度时，引用机器运动的不均匀系数  $\delta = \frac{\dot{\theta}_{\max} + \dot{\theta}_{\min}}{\dot{\theta}_m}$ ，其中  $\dot{\theta}_m = \frac{1}{T} \int_0^T \dot{\theta} dt = \frac{1}{2} (\dot{\theta}_{\max} - \dot{\theta}_{\min})$ ， $\dot{\theta}_{\max} = \dot{\theta}_m \left( 1 + \frac{\delta}{2} \right)$ ， $\dot{\theta}_{\min} = \dot{\theta}_m \left( 1 - \frac{\delta}{2} \right)$ ，则保证低速稳定不波动的许可角速度为  $[\dot{\theta}] = \frac{k}{1 - \frac{\delta}{2}} \frac{\Delta T}{2 \sqrt{\pi \xi G M}}$ ，即液压马达许用

最低转速为  $[n_{\min}] = \frac{\dot{\theta}}{2\pi} = \frac{n}{1 - \frac{\delta}{2}} \frac{\Delta T}{4 \sqrt{\pi^3 \xi G M}}$ ，其中  $k$  为可靠性系数。

可见，在节流方式、控制方式等设定好后，液压马达最低稳定工作转速  $n_{\min}$  主要受泄漏量、摩擦扭矩损失、液压油温度、油液粘性的影响。由于摩擦因数的陡降特性，液压马达在低速区域运行时，液体弹簧刚度随角位移的变化而变化，呈现出软硬弹簧特性的交替，由于静、动摩擦转矩所产生的交替粘滑运动，实际工程上可以通过控制速度波动的波幅以及其在单位时间内的变化幅度，使负载低速更趋稳定。这要求速度的波幅和加速度的绝对值尽量小。从式(14)可知加速度是脉动的，可通过控制相应参数，使波幅尽量小来达到低速稳定的目的。

3 液压马达低速波动的非线性动态试验

试验对象采用 StaffB0502 型电液伺服阀配合使用驱动 Staff055 定量马达<sup>[9]</sup>。Staff055 定量马达基本参数如下：排量  $D = 8.0 \text{ mL/rad}$ ，工作容积  $V_i = 5\,500 \text{ mL}$ ，泄漏系数  $C_l = 0.11 \text{ mL} \cdot \text{s/kg}$ ，液体体积压缩系数  $\beta_c = 1/\beta_e = 1.43 \times 10^{-4} \text{ mL/kg}$ ，粘性阻尼系数  $c_s = 1.6 \text{ kg} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}$ ，动摩擦力矩  $T = 12\,060 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。

为使试验条件与实际应用的负载相符合，采用图5所示的加载装置，确保溢流阀处于稳定状态，负载基本不受液压马达在低速区的转速变化，即使液压马达停转时，也可通过加载保持负载。在液压试验台上，对液压马达进行动态测试，采用了精密度较

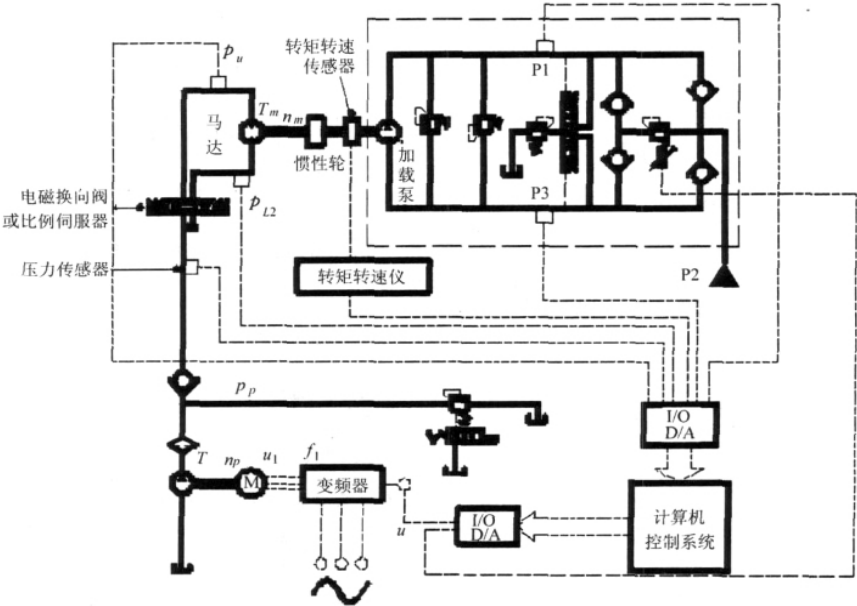


图5 液压试验台原理图  
Fig.5 Schematic of hydraulic test

高的传感器和多功能仪表,采集数据用 Matlab 7.0 进行辅助处理<sup>[10~14]</sup>。在不同油温的最低稳定转速测定中可以发现,液压马达转速下降到波动临界点时,扭矩损失  $\Delta T$  快速增加,产生突变现象。图 6 给出了不同油温下的  $\Delta T$  拟合曲线。

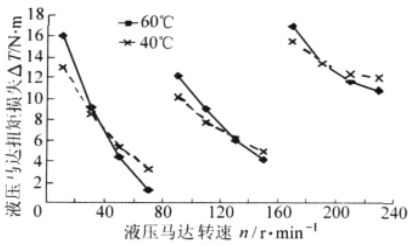


图 6 不同油温下液压马达扭矩损失试验拟合曲线  
Fig. 6 Experimental fitting curves of torque loss under different temperatures

在油温为 40℃、60℃ 下液压马达最低稳定转速特性曲线如图 7 所示。图中虚线部分为在低速时速度不稳定、波动明显、脉动大区域,理论失速曲线与最低稳定转速的实验区域基本吻合。摩擦扭矩损失特性、液压马达泄漏、油液温度对于液压马达的低稳定性影响很大。

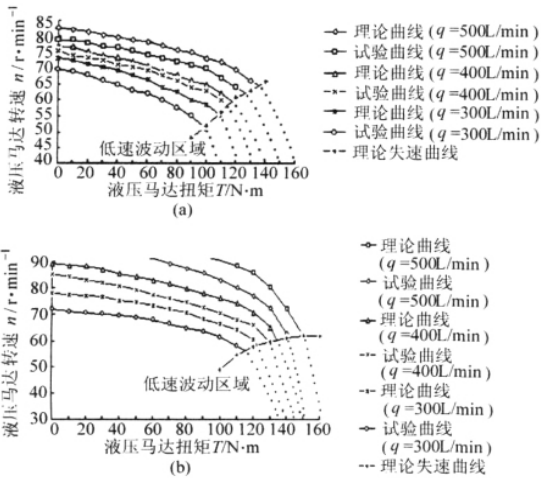


图 7 液压马达低速稳定转速特性曲线  
Fig. 7 Characteristic curves of low speed  
(a) 40℃ (b) 60℃

图 8、9 分别是液压马达低速时域波形图和快速傅里叶变换功率谱图,图 10 为采样的时频特征图。可以看出液压马达低速状态由突跳部分和平缓波动段组成,说明了液压马达低速的跳跃现象的存在。因为弹簧刚度软硬特性交替,波动区覆盖面大,波形不规则,波峰数量较多,间隔大小不均难以分辨,说明“波动跳跃现象”发生在不同的频率点上;摩擦力在变化陡峭段使系统变成负阻尼系统而失去稳定性,产生自激振动,验证液压马达在低速时存在摩擦自激振动。从非线性动力学的角度来看,液压马达转子运转过程中,液压弹簧扭转刚度大小是周期性

变化的,弹簧特性也呈现软硬交替,负载经历了一个由大到小、由小到大的周期性变化。在液压弹簧呈现软特性时,负载容易出现跳跃现象,在阻尼系数较小时,波动幅度就变大,极易产生自激振动。液压马达低速运行产生波动现象的原因在于它遇到了液压弹簧特性引起的低频段跳跃现象、负阻尼引起的摩擦自激振动和小阻尼引起的大振幅耦合作用。

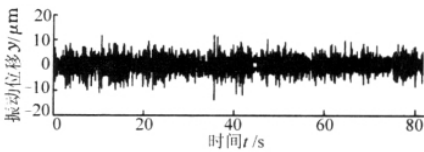


图 8 液压马达低速时域波形图  
Fig. 8 Time-domain waveform curves

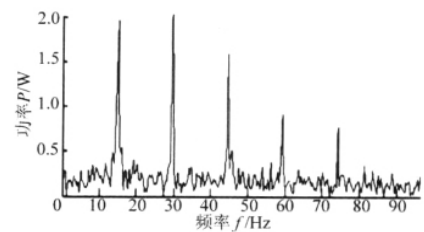


图 9 傅里叶变换功率谱图  
Fig. 9 Power spectrum of Fourier transform

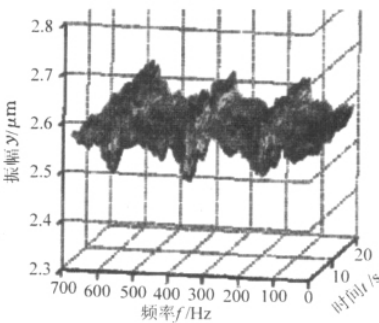


图 10 时频特征图  
Fig. 10 Time-frequency characteristics

4 结论

- (1) 非线性液压弹簧刚度和摩擦扭矩非线性特性及其耦合是导致液压马达低速不稳的主要因素。液压马达在其低速区的摩擦扭矩损失  $\Delta T$  的特性呈快速的负斜率变化,其大小具有一定的概率分布和不均匀性,主要是由运动副的静动摩擦变化、油膜摩擦与干摩擦的交替变化造成的;液压马达初始泄漏流量的存在则引起液压弹簧刚度的变化,进而对低速稳定性造成影响。
- (2) 由于受严重的摩擦、死区等非线性因素的影响,最低稳定转速波动机理十分复杂。基于一般的线性控制理论和分段线性化方法,分析结果都带

有一定的近似性和局限性,实际工程应用中工况复杂多变,特别是液压马达泄漏的加剧也会使液压马达的低速稳定性变差,提高液压马达的密封性能是改善液压马达低速稳定性的有效途径。

(3) 液压马达中油液的压缩率增大同样也使液压马达的低速稳定性变差,当空气侵入到液压系统后使油液具有一定的压缩性,当含有气泡的液体到达高压区而受到剧烈压缩时,会使油液体积变小,使工作部件产生爬行并致使系统产生噪声、振动,破坏了工作的平稳性。因此,在系统运行中应阻止空气进入系统的途径。对于主要的液压设备,液压马达

上最好设有排气装置,以排除系统中的空气。

(4) 因为相对运动部件间干摩擦或半摩擦的润滑状态或者摩擦阻力变化突然,使液压马达在运动时产生波动,所以应保持良好润滑状态,减小摩擦因数。低速大扭矩液压马达的排量大,即便是在低转速下工作,摩擦副的滑动速度也不致过低,加之液压马达排量大,泄漏的影响相对变小,液压马达本身的转动惯量大,所以容易得到较好的低速稳定性。采用进油节流调速回路有更好的低速稳定性,闭环控制阀控液压马达最低稳定性优于开环系统。

### 参 考 文 献

- 1 李勇,施光林,陈兆能. 新型液压马达配流盘的受力分析与计算[J]. 农业机械学报, 2007, 38(1): 173~176.  
Li Yong, Shi Guanglin, Chen Zhaoneng. Mechanical analysis and calculation of new-style distribution valves in hydraulic motors[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2007, 38(1): 173~176. (in Chinese)
- 2 金文胜. 静液压驱动在农业机械行走装置上的应用与发展趋势[J]. 内蒙古民族大学学报, 2007, 32(3): 22~25.  
Jin Wensheng. Application and trend of hydraulic driving in agricultural machinery implements running[J]. Journal of Inner Mongolia University for Nationalities, 2007, 32(3): 22~25. (in Chinese)
- 3 蒋文斌. 基于 MATLAB/Simulink 的液压马达低速稳定性仿真研究[J]. 矿冶工程, 2008, 28(1): 94~96.  
Jiang Wenbin. Research on simulation of hydraulic motor's low speed stability based on MATLAB/Simulink[J]. Mining and Metallurgical Engineering, 2008, 28(1): 94~96. (in Chinese)
- 4 石红雁. 基于 SIMULINK 的液压系统动态仿真[J]. 农业机械学报, 2000, 31(5): 95~98.  
Shi Hongyan. Study on dynamical simulation of hydraulic system based on SIMULINK[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2000, 31(5): 95~98. (in Chinese)
- 5 金哲. 液压缸低速爬行动力学研究[J]. 机械设计, 2006, 23(2): 39~42.  
Jin Zhe. Study on low speed creeping dynamics of hydraulic cylinder[J]. Journal of Machine Design, 2006, 23(2): 39~42. (in Chinese)
- 6 黄民双, 曾励, 陶宝祺, 等. 机床液压系统的爬行振动分析及试验研究[J]. 现代机械, 1998(4): 40~44.
- 7 崔玲丽. 基于第二代小波和 EMD 的解调方法及其应用研究[J]. 振动与冲击, 2008, 27(6): 1~4.  
Cui Lingli. Composite fault diagnosis method based on second generation of wavelet and EMD[J]. Journal of Vibration and Shock, 2008, 27(6): 1~4. (in Chinese)
- 8 Lin Rongchuan, Wei Shasha, Yuan Xiaoling, et al. Low-speed instability analysis for hydraulic motor based on nonlinear dynamics[J]. Journal of Coal Science & Engineering, 2010, 16(3): 328~332.
- 9 Dasgupta K, Chattapadhyay A, Mondal S K. Selection of fire resistant hydraulic fluids through system modeling and simulation[J]. Simulation Modeling Practice and Theory, 2005, 13(1): 1~20.
- 10 赵学智, 曾作钦, 叶邦彦, 等. 基于自适应谐振理论的特征频率提取与融合[J]. 振动、测试与诊断, 2010, 30(1): 33~36.  
Zhao Xuezhi, Zeng Zuochin, Ye Bangyan, et al. Feature frequency extraction and fusion based on adaptive resonance theory[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2010, 30(1): 33~36. (in Chinese)
- 11 Bergada J M, Hanynnes J M, Watton J. Leakage and groove pressure of an axial piston pump slipper with multiple lands[J]. Tribology Transactions, 2008, 51(4): 469~482.
- 12 苑士华, 魏超, 胡纪滨. 排量伺服系统对液压机械无级变速器动态特性的影响[J]. 农业机械学报, 2008, 39(7): 27~31.  
Yuan Shihua, Wei Chao, Hu Jibin. Influence of displacement servo system on dynamic behavior of hydro-mechanical transmission[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008, 39(7): 27~31. (in Chinese)
- 13 石培吉, 施国标, 林逸, 等. 电控液动力转向系统液压管路建模与特性[J]. 农业机械学报, 2008, 39(10): 174~177.  
Shi Peiji, Shi Guobiao, Lin Yi, et al. Modeling and characteristics of hydraulic lines of EHPS[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008, 39(10): 174~177. (in Chinese)
- 14 谈宏华. 配流轴的摩擦扭矩特性研究[J]. 武汉化工学院学报, 2005, 27(4): 47~50.  
Tan Honghua. Study on friction torque characteristics of flow distribution shaft[J]. Journal of Wuhan Chemical Institute, 2005, 27(4): 47~50. (in Chinese)